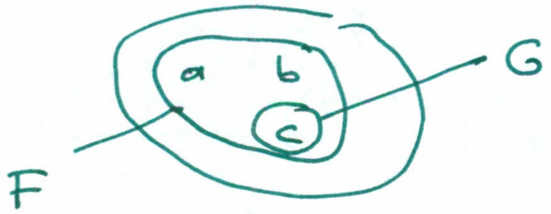
Beispiellösungen 27. Juni 2011 Gruppe 2

2,3: Ein Argument ist genau dann semantisch gültig, wenn unter der Voraussetzung, dass alle Prämissen wahr sind, auch die Konklusion wahr ist.

Ein Argument ist genau dann syntakt. gültig, wenn es herleitbar ist.

4.



Bei dieser Bewertung sind alle Prämissen wahr, d.h. $v(\forall x Fx) = W$, $v(\exists x\, Gx) = W$, ist aber die Konklusion falsch, d.h. $v(\forall x(Fx \land Gx)) = F$

$\Rightarrow$ das Argument ist ungültig.

5. $v(\exists x(Fx \land Gx))$ ist W gdw. es mind. ein Ding gibt, auf das $F\_ \land G\_$ zutrifft. So ein Ding gibt's aber nicht, also $v(\exists x(Fx \land Gx)) = \underline{\underline{F}}$.

$v(\exists x \forall y\, Hxy)$ ist W gdw. mindestens ein Ding x <u>alle</u> Dinge y „H-t" d.h. in $v(H)$ müsste für jedes $y \in D$ ein Paar $<\_, y>$ vorhanden sein. Ist es aber nicht, egal, welches y man nimmt $\Rightarrow$ $v(\exists x \forall y\, Hxy) = \underline{\underline{F}}$.

$v(\exists x\ Hxd)$ ist wahr gdw. es mind. ein Ding gibt, das den/die d „H-t", also wenn mind. ein Paar $\langle$ irgendwas, $d \rangle$ in $v(H)$ enthalten ist. $v(d) = 3$, und tatsächlich sind ganz viele $\langle$ irgendwas, $3 \rangle$ in $v(H)$ enthalten, z.B. $\langle 1,3 \rangle$, $\langle 2,3 \rangle$ usw. $\Rightarrow$

$v(\exists x\ Hxd) = \underline{\underline{W}}$.

C. $P \rightarrow R,\ \neg Q \rightarrow \neg R \vdash P \rightarrow Q$

1.	$P \rightarrow R$	zu zeigen: $P \rightarrow Q$
2.	$\neg Q \rightarrow \neg R$	(Die Konkl. ist ein ....., deshalb versucht man als erstes eine...!
3.	P	zu zeigen: Q
4.	$\neg Q$ (gesucht: Wid.)	
5.	$\neg R$ $\quad 2,4 \rightarrow B$	
6.	R $\quad 1,3 \rightarrow B$	
7.	$R \wedge \neg R$ $\quad 5,6 \wedge E$	
8.	Q $\quad 4,7\ \neg B$	
9.	$P \rightarrow Q$ $\quad 3\text{-}8 \rightarrow E$	

kein Q weit und breit, auch keine Idee, was man sonst tun könnte, deshalb versucht man als erstes einen ...... !

7. a) P .... Es ist Schönwetter.

S_ ... _ ist ein Schaf.

F_ ... _ ist fröhlich.

$$P \to \forall x\,(Sx \to Fx)$$

oder: [Weniger eindeutig, aber als Lösung vorgekommen]

T_ .... _ ist ein Schönwettertag.

S_ ... _ ist ein Schaf.

G_{-1-2} .... $_1$ ist am Tag $_2$ fröhlich.

$$\forall x\,(Tx \to \forall y\,(Sy \to Gyx))$$

oder $\forall x \forall y((Tx \wedge Sy) \to Gyx)$

b) E_1_ .... _ ist ehrlich.

E_2_ ... _ ist erfolgreich.

$$\neg \forall x\,(E_1x \to E_2x)$$

bzw. $\exists x\,(E_1x \wedge \neg E_2x)$

c) einfachste Lösung:

F_ .... _ ist ein Pferdekopf.

G_ ... _ ist ein Tierkopf.

$$\forall x\,(Fx \to Gx)$$

tiefschürfender:

P_ ... _ ist ein Pferd.

T_ ... _ ist ein Tier.

K_{-1-2} .... $_1$ hat den Kopf $_2$.

$$\forall x \forall y((Px \wedge Kxy) \to \exists z\,(Tz \wedge Kzy))$$

[Dieses Beispiel ist schwer, aber es bringt / kostet nur so wenige Punkte, dass es bloß der Differenzierung der Noten 1 / 2 dient.]

8.

1. $P \vee \exists x \forall y\, Fxy$
2. $S \rightarrow \neg \exists x \forall y\, Fxy$
3. $\neg R \rightarrow S$

zu zeigen: $P \vee R$

4. P zu zeigen: etwas Interessantes
5. $P \vee R$ 4 $\vee$E ♡

Nachdem man sonst nix hat, versucht man halt eine $\vee$B mit 1

6. $P \rightarrow (P \vee R)$ 4, 5 $\rightarrow$E …. sieh da, aus dem linken Disjunkt bekommt man ganz einfach $P \vee R$

7. $\exists x \forall y\, Fxy$ z.z.: $P \vee R$

8. Schwierig wird es hier, aber selbst wenn man an dieser Stelle aufgibt, hat man ein tolles Grundgerüst.

9. $\neg R$ Ich nehme $\neg R$ an, weil ich die Intuition & die Hoffnung habe, einen Widerspruch zu bekommen!
10. S 3, 9 $\rightarrow$B
11. $\neg \exists x \forall y\, Fxy$ 2, 10 $\rightarrow$B
12. $\exists x \forall y\, Fxy \wedge \neg \exists x \forall y\, Fxy$ 7, 11 $\wedge$E ♡
13. R 9, 12 $\neg$B
14. $P \vee R$ 14 $\vee$E
15. $\exists x \forall y\, Fxy \rightarrow (P \vee R)$ 7, 14 $\rightarrow$E
16. $P \vee R$ 1, 6, 15 $\vee$B