Prädikatenlogikprüfung vom 31. Januar 2008, Gruppe 2 Punktezahl

1. Welche wievielstellige Prädikate kann man in den folgenden Sätzen entdecken?

   Beispiel: In der Aussage „Hans liebt Grete“ kann man zumindest das nullstellige Prädikat „Hans liebt Grete“, die beiden einstelligen Prädikate „x liebt Grete“ und „Hans liebt x“ sowie das zweistellige Prädikat „x liebt y“ ausfindig machen.

   (a) Bruno rotiert im Grab. 2

   (b) Alfred ist ehrlicher als Wolfgang, aber nicht so ehrlich wie Alexander. 4

2. Übersetzen Sie bitte jeden der folgenden Sätze möglichst tiefgehend in die Sprache der Prädikatenlogik und führen Sie bitte genau an, welche der von Ihnen verwendeten Prädikatbuchstaben und Individuenkonstanten welche Bedeutung haben. Wenn einige dieser Sätze Ihrer Meinung nach mehrere Lesarten zulassen, dann bilden Sie einfach für jede Lesart eine eigene Übersetzung. Wenn Sie für eine Lesart mehr als eine Übersetzung finden, dann ist das ebenfalls in Ordnung.

   Beispiel: Die Aussage „Es regnet, oder es regnet nicht“ aussagenlogisch mit P zu übersetzen ist zwar richtig, erschöpft aber nicht ihren Gehalt. Um ihren aussagenlogischen Gehalt zu erschöpfen, müsste man eine Übersetzung wie $P \vee \neg P$ mit $P \ldots$ „Es regnet“ bilden.

   (a) Die Erde ist eine Scheibe und alle Schweine grunzen. 2

   (b) Hans und Grete sind verheiratet. 4

   (c) Alle Pferdeköpfe sind Tierköpfe. 6

3. Die folgende Herleitung scheint zu belegen, dass $\exists x(Rx \wedge Sx) \vdash Sa$. Damit würde aus der Tatsache, dass es rosa Schweine gibt, folgen, dass Alfred ein Schwein ist. Ist dieses Argument gültig, und –wenn nein– wo liegt der Fehler in der Herleitung und worin besteht er? 8

$$\begin{array}{l|ll}
1 & \exists x(Rx \wedge Sx) & \\
\hline
2 & \quad | \; Ra \wedge Sa & \\
3 & \quad | \; Sa & 2 \wedge\text{B} \\
4 & Sa & 1, 2\text{–}3 \; \exists\text{B}
\end{array}$$

4. Zeigen Sie bitte, dass $\forall x(Fx \wedge Gx), \forall x(Gx \rightarrow Hx) \vdash \forall x(Fx \wedge Hx)$. 8

5. Zeigen Sie bitte, dass $\exists x(Fx \vee Gx), \forall x \neg Gx \vdash \exists x Fx$. 8

   Hinweis: Es gibt wie immer mehrere Möglichkeiten; am einfachsten scheint es mir zu sein, eine $\exists B$ zu versuchen. Da das typische Disjunkt seinerseits eine Disjunktion ist, wird für das weitere Schließen eine $\vee B$ erforderlich sein.

6. Zeigen Sie bitte, dass $\forall x \neg Fx \vdash \neg \exists x Fx$. 10