

# 1 Ausgewählte Lösungen zu ausgewählten Beispielen

Für die Ableitungen und Wahrheitstabellen der ersten fünf Aufgaben brauche ich Ihnen keine Lösung zu liefern — diese Aufgaben waren weitgehend trivial und rein mit den Heuristiken („Faustregeln“), die ich in der Lehrveranstaltung anlässlich jedes Übungsbeispiels wiederholt habe, völlig schematisch zu lösen.

Eine Ausnahme mache ich für die Herleitung von Aufgabe 5c, weil da zwar fast jede/r, der und/oder die eine positive Note erhalten hat, eine richtige und gute Lösung gefunden hat, aber nicht alle dieser Lösungen sehr einfach waren. Am Beispiel der Schweinchenrosa Gruppe will ich versuchen, eine möglichst einfache Lösung zu finden.

## 1.1 Schweinchenrosa Aufgabe 5c

Zu zeigen:  $\vdash p \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))$

1	$p$									
2	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>p</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; border-bottom: 1px solid black;"> <table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\neg p</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; border-bottom: 1px solid black;"><math>p</math></td> <td style="padding-left: 10px;">1R oder auch 2R</td> </tr> </table> </td> <td></td> </tr> </table>	$p$		<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\neg p</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; border-bottom: 1px solid black;"><math>p</math></td> <td style="padding-left: 10px;">1R oder auch 2R</td> </tr> </table>	$\neg p$		$p$	1R oder auch 2R		
$p$										
<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 5px;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"><math>\neg p</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px; border-bottom: 1px solid black;"><math>p</math></td> <td style="padding-left: 10px;">1R oder auch 2R</td> </tr> </table>	$\neg p$		$p$	1R oder auch 2R						
$\neg p$										
$p$	1R oder auch 2R									
3										
4										
5	$(\neg p \rightarrow p)$	3-4 $\rightarrow$ E								
6	$(p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))$	2-5 $\rightarrow$ E								
7	$p \rightarrow (p \rightarrow (\neg p \rightarrow p))$	1-6 $\rightarrow$ E								

## 1.2 Schweinchenrosa Aufgabe 6

Zu zeigen ist, dass  $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$  ein Theorem ist. Als zusätzliche Hilfe habe ich mündlich daran erinnert, dass aus  $q$  trivial  $p \rightarrow q$  und dass aus  $\neg q$  relativ leicht  $q \rightarrow r$  herleitbar ist, und habe ich vorgeschlagen,  $q$  anzunehmen und sich auf die Suche nach Widersprüchen zu begeben.

1	$\neg((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r))$	
2	$\quad q$	
3	$\quad \quad p$	
4	$\quad \quad q$	2R
5	$\quad (p \rightarrow q)$	3-4 $\rightarrow$ E
6	$\quad ((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r))$	5 $\vee$ E
7	$\quad ((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)) \wedge \neg((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r))$	1,6 $\wedge$ E
8	$\neg q$	2,7 $\neg$ E
9	$\quad q$	
10	$\quad \quad \neg r$	
11	$\quad \quad q \wedge \neg q$	8,9 $\wedge$ E
12	$\quad r$	10,11 $\neg$ B
13	$\quad (q \rightarrow r)$	9-12 $\rightarrow$ E
14	$\quad (p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$	13 $\vee$ E
15	$\quad ((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)) \wedge \neg((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r))$	1,14 $\wedge$ E
16	$(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$	1,15 $\neg$ B

## 2 Weiße Aufgabe 6

Zu zeigen ist, dass  $p \vee \neg q, r \rightarrow \neg p, (q \rightarrow r) \vee \neg q \vdash \neg q$ .

1	$p \vee \neg q$	
2	$r \rightarrow \neg p$	
3	$(q \rightarrow r) \vee \neg q$	
4	$\neg q$	
5	$\neg q$	4R
6	$q \rightarrow r$	
7	$\neg q$	
8	$\neg q$	7R
9	$p$	
10	$q$	
11	$r$	6,10 $\rightarrow$ B
12	$\neg p$	2,11 $\rightarrow$ B
13	$p \wedge \neg p$	9,12 $\wedge$ E
14	$\neg q$	10,13 $\neg$ E
15	$\neg q$	1,9-14,7-8 $\vee$ B
16	$\neg q$	3,6-15,4-5 $\vee$ B

### 3 Ausgewählte falsche Antworten auf Frage 4

Aus den falschen Antworten auf Frage 4 — gültige Argumente aufzustellen und damit Einsicht darein, wann ein Argument gültig *ist*, ist nicht nur Thema des Fachs Logik, sondern die Voraussetzung jedweder Wissenschaftlichkeit — habe ich einige ausgewählt, die zu durchdenken für Sie im Einzelnen vielleicht instruktiv sind.

- Falsch: „Ein Argument ist gültig wenn zumindest eine der Prämissen gültig ist.“
- Falsch: „Ein Argument ist dann gültig, wenn alle Prämissen und auch die Konklusion wahr ist.“
- Falsch: „Ein Argument ist dann wahr wenn beide Prämissen und auch die Konklusion wahr ist.“
- Falsch: „Ein Argument ist genau dann gültig, wenn man aus den Prämissen und den Schlussregeln einen gültigen Schluss ziehen kann.“
- Falsch: „Ein Argument ist gültig, wenn aus den gegebenen Prämissen zumindest eine wahre Aussage abgeleitet werden kann.“
- Falsch: „En Argument ist gültig, wenn die jeweiligen Prämissen gültig und wahr sind und deren Konklusion gültig ist.“

- Falsch: „Ein Argument ist gültig, wenn die Konklusion mit den Prämissen übereinstimmt, somit wahr ist.“
- Falsch: „Ein Argument ist genau dann semantisch gültig wenn die Prämissen unter jeder Voraussetzung wahr sind und die Konklusion muss dann ebenfalls wahr sein.“
- Falsch: „Ein Argument ist gültig wenn es nicht möglich ist, dass eine oder mehrere der Prämissen wahr sind und die Konklusion falsch ist.“