

Allerletzte Ersatzprüfung vom 8. Februar 2010

Punktezahl

1. Zeigen Sie bitte, dass $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, P \rightarrow S, P \vee \neg Q, \neg R \rightarrow Q, \neg S \rightarrow Q \vdash S \wedge R$. 10
2. Wann ist ein Argument gültig? Um zu zeigen, dass Sie mit Ihrer Antwort das Richtige meinen, beantworten Sie bitte folgende Zusatzfragen: 6
 - Kann ein Argument, dessen Konklusion faktisch falsch ist (z. B. „Die Erde ist ein Quader“ lautet), gültig sein? Warum (nicht)?
 - Kann ein Argument, bei dem alle Prämissen faktisch falsch sind, gültig sein? Warum (nicht)?
 - Kann ein Argument, bei dem alle Prämissen faktisch falsch sind, ungültig sein? Warum (nicht)?
3.
 - Ist es möglich, dass ein semantisch gültiges Argument nicht herleitbar ist? Warum bzw. warum nicht? 4
 - Ist es möglich, dass ein syntaktisch gültiges Argument semantisch ungültig ist? Warum bzw. warum nicht?
4. Folgt aus den beiden Aussagen $P \rightarrow Q$ sowie $R \rightarrow S$ die Aussage $(P \vee R) \rightarrow (Q \vee S)$? Verwenden Sie ein Verfahren Ihrer Wahl, um die Richtigkeit Ihrer Antwort zweifelsfrei zu belegen. 6
5. Unternehmen Sie bitte für jeden der folgenden Sprachausdrücke folgendes: (a) Wenn er eine Aussage ist, dann übersetzen Sie diese bitte *möglichst feinsinnig* in die jeweils andere Sprache. (b) Wenn er *keine* Aussage bzw. ungrammatisch ist, dann begründen Sie bitte kurz, warum dem so ist. 8
 - (a) Unter den Häusern auf dem Schafberg ist nur eines, das einem Schaf gehört.
 - (b) Jedes Schaf kennt mindestens eine Ziege.
 - (c) $\forall x \exists y Lx \neg y$
 - (d) $\forall x \exists y (Lxy \wedge Lyx)$
6. Finden Sie bitte für jede der in der vorangehenden Aufgabe vorkommenden Aussagen eine Interpretation, unter der diese Aussage *wahr* ist. 8

7. Falls die folgende Herleitung Fehler enthält, dann finden Sie diese bitte und teilen Sie klar und wahr mit, worin diese bestehen. 6

1	$P \vee \neg P$																					
2	<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">P</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;"> <table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$P \vee \neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">2,3VE</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">4VB</td> </tr> </table> </td> <td style="padding-left: 10px;">3,5VE</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">2¬E</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">P</td> <td style="padding-left: 10px;">2R</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$P \wedge \neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">7,8∧E</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">P</td> <td style="padding-left: 10px;">7,9¬B</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$P \vee \neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">10VE</td> </tr> </table>	P		<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$P \vee \neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">2,3VE</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">4VB</td> </tr> </table>	$\neg P$		$P \vee \neg P$	2,3VE	$\neg P$	4VB	3,5VE	$\neg P$	2¬E	P	2R	$P \wedge \neg P$	7,8∧E	P	7,9¬B	$P \vee \neg P$	10VE	
P																						
<table style="border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$P \vee \neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">2,3VE</td> </tr> <tr> <td style="border-left: 1px solid black; padding-left: 5px;">$\neg P$</td> <td style="padding-left: 10px;">4VB</td> </tr> </table>	$\neg P$		$P \vee \neg P$	2,3VE	$\neg P$	4VB	3,5VE															
$\neg P$																						
$P \vee \neg P$	2,3VE																					
$\neg P$	4VB																					
$\neg P$	2¬E																					
P	2R																					
$P \wedge \neg P$	7,8∧E																					
P	7,9¬B																					
$P \vee \neg P$	10VE																					
3																						
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10																						
11																						
12	$P \vee \neg P$	1,2-6,7-11VB																				

8. Wenn obige Herleitung fehlerlos ist, artikulieren Sie bitte, was mit dieser Herleitung bewiesen ist. 4
 Wenn obige Herleitung hingegen fehlerhaft ist, artikulieren Sie bitte, was mit dieser Herleitung bewiesen wäre, wenn sie nicht fehlerhaft wäre.

Wenn Sie beide Teilprüfungen versäumt haben (und nur dann!), können Sie Ihr Ergebnis um die fehlenden Punkte der ersten Teilprüfung ergänzen, indem Sie die folgenden Aufgaben richtig lösen.

1. Zeigen Sie bitte, dass $P \leftrightarrow Q, Q \leftrightarrow R \vdash P \leftrightarrow R$. Verwenden Sie hierzu die Definition $(\varphi \leftrightarrow \psi) =_D ((\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi))$. 10
2. Zeigen Sie bitte, dass $\neg(\neg P \wedge \neg Q) \vdash P \vee Q$. 12
3. Zeigen Sie bitte, dass $\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(R \wedge \neg S) \vdash R \rightarrow (\neg S \rightarrow (P \rightarrow Q))$ 12
4. Sie kennen die Begriffspaare „gültig“/„ungültig“ und „wahr“/„falsch“. Auf welche der Dinge „Argument“, „Aussage“, „Tautologie“, „Kalkül“, „Logik“, „Allquantor“ ist welches dieser Paare anwendbar? 10